Lösung zu den Übungsaufgaben Kapitel 15

1. Schätzen Sie die Populationseffekte τ_{ij} für das Datenbeispiel in Tabelle 15.1.

Gleichung F 13.24 lässt sich wie folgt auf den multivariaten Fall verallgemeinern:

$$t_{ij} = \hat{\tau}_{ij} = \bar{x}_{ij} - \bar{x}_i$$

Für die Gesamtmittelwerte ergibt sich aufgrund der Angaben in Tabelle 15.1 und in Anlehnung an die Gleichungen F 13.20 und F 13.24:

$$\bar{x}_1 = \frac{81 \cdot 2,010 \ + \ 79 \cdot 1,943 \ + \ 80 \cdot 1,625}{240} = \frac{446,307}{240} = 1,860$$

$$\bar{x}_2 = \frac{81 \cdot 0,988 \ + \ 79 \cdot 0,781 \ + \ 80 \cdot 1,014}{240} = \frac{222,847}{240} = 0,929$$

Hieraus ergeben sich folgende geschätzten Populationseffekte:

$$t_{11} = \hat{\tau}_{11} = \bar{x}_{11} - \bar{x}_1 = 2,010 - 1,860 = 0,15$$

$$t_{21} = \hat{\tau}_{21} = \bar{x}_{21} - \bar{x}_1 = 1,943 - 1,860 = 0,083$$

$$t_{31} = \hat{\tau}_{31} = \bar{x}_{31} - \bar{x}_1 = 1,625 - 1,860 = -0,235$$

$$t_{12} = \hat{\tau}_{12} = \bar{x}_{12} - \bar{x}_2 = 0,988 - 0,929 = 0,059$$

$$t_{22} = \hat{\tau}_{22} = \bar{x}_{22} - \bar{x}_2 = 0,781 - 0,929 = -0,148$$

$$t_{32} = \hat{\tau}_{32} = \bar{x}_{32} - \bar{x}_2 = 1,014 - 0,929 = 0,085$$

2. Schätzen Sie die Residualkovarianz für das Datenbeispiel in Tabelle 15.1.

$$\hat{\sigma}_{\varepsilon_1\varepsilon_2} = \frac{KPS_{\text{inn}(1,2)}}{n - J} = \frac{65,014}{240 - 3} = 0,274$$

3. Bestimmen Sie anhand der Zahlen in Gleichungen F 15.13 und F 15.14 die Werte der vier Prüfgrößen für das Anwendungsbeispiel

$$\Lambda = \prod_{s=1}^{t}\left(\frac{QS_{inn(\mathrm{Ds})}}{QS_{tot(\mathrm{Ds})}}\right) = \frac{QS_{inn(\mathrm{D1})}}{QS_{tot(\mathrm{D1})}} \cdot \frac{QS_{inn(\mathrm{D2})}}{QS_{tot(\mathrm{D2})}} = \frac{44,863}{7,228+44,863} \cdot \frac{175,064}{1,906+175,064} = 0,861 \cdot 0,989 = 0,852$$

$$V = \sum_{s=1}^{t}\left(\frac{QS_{zw(\mathrm{Ds})}}{QS_{tot(\mathrm{Ds})}}\right) = \frac{QS_{zw(\mathrm{D1})}}{QS_{tot(\mathrm{D1})}} + \frac{QS_{zw(\mathrm{D2})}}{QS_{tot(\mathrm{D2})}} = \frac{7,228}{7,228+44,863} + \frac{1,906}{1,906+175,064} = 0,139 + 0,011 = 0,150$$

$$U = \sum_{s=1}^{t}\left(\frac{QS_{zw(\mathrm{Ds})}}{QS_{inn(\mathrm{Ds})}}\right) = \frac{QS_{zw(\mathrm{D1})}}{QS_{inn(\mathrm{D1})}} + \frac{QS_{zw(\mathrm{D2})}}{QS_{inn(\mathrm{D2})}} = \frac{7,228}{44,863} + \frac{1,906}{175,064} = 0,161 + 0,011 = 0,172$$

$$\theta = \frac{QS_{zw(\mathrm{D1})}}{QS_{tot(\mathrm{D1})}} = \frac{7,228}{7,228+44,863} = 0,139$$

4. Bestimmen Sie für das Anwendungsbeispiel das 90 %-Konfidenzintervall von $\eta^2_{\mathrm{mult}-\Lambda}$ für eine Stichprobengröße von n = 500. Gehen Sie von derselben Effektgröße aus.

Bei n = 500 ergibt sich für w in Gleichung F 15.37:

$$w = n-(p+J)/2-1 = 500-3,5 = 496,5$$

und darauf aufbauend für v in Gleichung F 15.36:

$$v = 496,5 \cdot 2+1-2 = 992$$

Für den F-Wert nach Gleichung F 15.33 erhält man dann den Wert

$$F = \frac{1-\sqrt{0,852}}{\sqrt{0,852}} \cdot \frac{992}{4} = 20,678$$

Auf Grundlage dieser Angaben lassen sich mit dem Computerprogramm folgende

Intervallgrenzen für ein 90 %-Konfidenzintervall für den Nonzentralitätsparameter bestimmen: λ_u = 52,241 und λ_o = 112,761. Hieraus ergeben sich nach Gleichung F 15.39 folgende Grenzen des 90 %-Konfidenzintervalls für $\eta^2_{\text{mult}-\Lambda}$:

$$\left(1-\left(\frac{992+4+1}{52,241+992+4+1}\right)^2;1-\left(\frac{992+4+1}{112,761+992+4+1}\right)^2\right)$$

Somit umfasst das 90 %-Konfidenzintervall den Bereich (0,097;0,193).