

**Antworten zu Kapitel 10: Tests auf Abweichung von einem fixen Wert**

- (1) Wie lauten die Voraussetzungen für die Anwendung des Einstichproben-Gauß-Tests und des Einstichproben- $t$ -Tests?**

Der Einstichproben-Gauß-Test setzt voraus, dass das Merkmal  $X$  in der Population normalverteilt ist und der Erwartungswert  $E(X) = \mu$  und die Standardabweichung  $\sigma_x$  in der Population bekannt sind.

Der Einstichproben- $t$ -Test setzt ebenfalls voraus, dass Merkmal in der Population normalverteilt und der Erwartungswert  $E(X) = \mu$  bekannt ist, die Standardabweichung  $\sigma_x$  in der Population ist hier jedoch unbekannt und wird aus den Daten geschätzt.

- (2) Worin besteht der Unterschied zwischen dem Vorzeichentest und dem Wilcoxon-Vorzeichen-Rangtest?**

Der Wilcoxon-Vorzeichen-Rangtest nutzt mehr Informationen aus den Daten als der Vorzeichentest, er macht aber auch strengere Voraussetzungen als der Vorzeichentest. Während der Vorzeichentest keine Voraussetzungen in Bezug auf die Verteilung des Merkmals  $X$  in der Population macht, setzt der Wilcoxon-Vorzeichen-Rangtest voraus, dass das Merkmal  $X$  in der Population symmetrisch verteilt ist.

- (3) Wie lautet die Prüfgröße für den Wilcoxon-Vorzeichen-Rangtest, und was bedeutet sie?**

Die Prüfgröße – genauer gesagt: die *Prüfgrößen* – für den Wilcoxon-Vorzeichen-Rangtest lauten  $W^+$  und  $W^-$ .  $W^+$  ist die Summe der Rangplätze all jener Personen, bei denen die Differenz  $d_m = x_m - \eta_0$  positiv war.  $W^-$  ist die Summe der Rangplätze all jener Personen, bei denen die Differenz  $d_m = x_m - \eta_0$  negativ war. Bei Geltung der Nullhypothese dürften sich die Werte der beiden Prüfgrößen nur zufällig voneinander unterscheiden.

- (4) Wie ist die Effektgröße  $v$  beim  $\chi^2$ -Test auf Abweichung einer Stichprobenvarianz von einem fixen Wert definiert? Handelt es sich hier um eine standardisierte oder eine unstandardisierte Größe?**

Die Effektgröße  $v$  ist definiert als der Quotient aus der Populationsvarianz des Merkmals  $X$  ( $\sigma_x^2$ ) und der Populationsvarianz, welche unter der Nullhypothese angenommen wird ( $\sigma_0^2$ ). Je mehr  $v$  von 1 abweicht, desto größer ist der Effekt. Da  $v$  über verschiedene Untersuchungen und Metriken hinweg vergleichbar ist, handelt es sich – wie bei Cohen's  $\delta$  – um eine standardisierte Effektgröße.

- (5) Erläutern Sie, was beim Binomialtest auf Abweichung einer Wahrscheinlichkeit von einer theoretischen (fixen) Wahrscheinlichkeit der kritische Wert  $s_{\text{krit}}$  bedeutet. Konkret: Was bedeutet ein Wert von  $s_{\text{krit}} = 40$  bei  $n = 60$ ?**

Ein kritischer Wert  $s_{\text{krit}}$  von 40 bei 60 untersuchten Personen bedeutet, dass von den 60 untersuchten Personen mindestens 40 eine Merkmalsausprägung von  $x = 1$  hätten aufweisen müssen, um die Nullhypothese ( $\pi = \pi_0$  im Falle einer ungerichteten Hypothese) verwerfen zu können.

- (6) Was bedeutet beim Binomialtest auf Abweichung einer Wahrscheinlichkeit von einer theoretischen (fixen) Wahrscheinlichkeit ein Populationseffekt von  $\gamma = 0,5$  inhaltlich? Wie ist die Effektgröße definiert? Ist sie standardisiert? Was bedeuten positive und negative Werte?**

Wenn man davon ausgeht, dass  $\pi_0 = 0,5$  ist, bedeutet ein Wert von  $\gamma = 0,5$ , dass die Wahrscheinlichkeit für  $x = 1$  in der Population gleich 1 ist, denn  $\gamma = \pi - \pi_0$ . Positive Werte bedeuten, dass die Wahrscheinlichkeit für  $x = 1$  in der Population höher ist als unter der Nullhypothese erwartet wird, und negative Werte bedeuten, dass die Wahrscheinlichkeit für  $x = 1$  in der Population niedriger ist als unter der Nullhypothese erwartet wird. Die Effektgröße ist standardisiert, d. h. sie ist über unterschiedliche Untersuchungen und Variablen hinweg vergleichbar.

- (7) Erläutern Sie, was beim KS-Anpassungstest die Prüfgröße  $D_{\max}$  bedeutet. Spricht ein hoher Wert für  $D_{\max}$  eher für oder gegen die Annahme, das Merkmal  $X$  sei in der Population normalverteilt?**

Die Prüfgröße  $D_{\max}$  des KS-Anpassungstests ist definiert als das Maximum aller Abweichungsbeträge zwischen der empirischen Verteilungsfunktion  $F(x)$  und der Verteilungsfunktion, die man unter der Nullhypothese erwarten würde. Ein hoher Wert für  $D_{\max}$  spricht eher gegen die Annahme, dass das Merkmal  $X$  in der Population normalverteilt ist. Je höher der Wert für  $D_{\max}$  ist, desto stärker weicht die Verteilungsfunktion  $F(x)$  des Merkmals von der erwarteten Verteilung (z. B. der Normalverteilung) ab.

- (8) Worin besteht der Unterschied zwischen dem KS-Anpassungstest und dem Lilliefors-Test?**

Der Lilliefors-Test kann im Gegensatz zum KS-Anpassungstest auch dann verwendet werden, wenn Populationsmittelwert und Populationsstandardabweichung unbekannt sind und aus den Daten geschätzt werden müssen. Allerdings ist der Lilliefors-Test strenger als der KS-Anpassungstest. Abweichungen von der Normalverteilung werden beim Lilliefors-Test eher signifikant.