Fragen und Antworten zu Kapitel 17

(1) Wie heißt die Bestimmungsgleichung der Regressionsgeraden in der einfachen linearen Regressionsanalyse?

Die Bestimmungsgleichung lautet:

$$\hat{Y} = b_0 + b_1 \cdot X$$

(2) Wie werden der Achsenabschnitt und die Steigung der Geraden in der unstandardisierten und in der standardisierten einfachen linearen Regressionsanalyse bestimmt?

In der unstandardisierten einfachen linearen Regression werden Achsenabschnitt und Steigung wie folgt bestimmt: $b_0 = \bar{y} - b_1 \cdot \bar{x}$ und $b_1 = r_{XY} \cdot \frac{s_Y}{s_X} = \frac{s_{XY}}{s_X^2}$.

In der standardisierten einfachen linearen Regression ist der Achseabschnitt immer gleich 0 und die Steigung entspricht der Produkt-Moment-Korrelation r_{XY} zwischen der abhängigen und der unabhängigen Variablen.

(3) In welche Komponenten kann die Varianz der abhängigen Variablen in der einfachen linearen Regressionsanalyse zerlegt werden?

Die Varianz der abhängigen Variablen lässt sich in die Varianz der vorhergesagten Werte und die Varianz der Residualwerte zerlegen: $s_Y^2 = s_{\hat{Y}}^2 + s_E^2$

(4) Wie sind der Determinations- und der Indeterminationskoeffizient definiert, und was bedeuten sie?

Der Determinationskoeffizient ist der Quotient aus der erklärten Varianz $s_{\hat{Y}}^2$ und der Gesamtvarianz s_Y^2:

$$R^2 = \frac{s_{\hat{Y}}^2}{s_Y^2}$$

Er ist der Anteil der Varianz der abhängigen Variablen *Y*, der durch die Variation der unabhängigen Variablen *X* determiniert wird.

Der Indeterminationskoeffizient ist der Quotient aus der unerklärten Varianz s_E^2 und der Gesamtvarianz s_Y^2:

$$1 - R^2 = \frac{s_E^2}{s_Y^2} \qquad \text{(F 16.18b)}$$

Er ist der Anteil der Varianz der abhängigen Variablen *Y*, der durch die Variation der unabhängigen Variablen *X* nicht determiniert wird und somit unerklärt bleibt.

(5) Nennen Sie drei Eigenschaften der Residualwerte in der einfachen linearen Regressionsanalyse.

1. Die Summe aller Regressionsresiduen ist gleich 0:

$$\sum_{m=1}^{n} e_m = \sum_{m=1}^{n} (y_m - \hat{y}_m) = 0$$

2. Die Summe aller quadrierten Regressionsresiduen ist minimal:

$$\sum_{m=1}^{n} e_m^2 = \sum_{m=1}^{n} (y_m - \hat{y}_m)^2 \rightarrow \text{min!}$$

3. Die Korrelation zwischen der unabhängigen Variablen X und der Residualvariabalen E ist gleich 0:

$$r_{XE} = 0$$

(6) Erläutern Sie das Grundprinzip der Kleinste-Quadrate-Schätzung.

Bei der Kleinste-Quadrate-Schätzung werden die Regressionskoeffizienten so bestimmt, dass die Summe der quadrierten Abweichungen der beobachteten y_m-Werte von den vorhergesagten $\hat{y}_m$-Werten minimal wird:

$$SAQ = \sum_{m=1}^{n} (y_m - \hat{y}_m)^2 \rightarrow \text{min!}$$